

Übersicht von Regressionsmodellen

Working Paper

Miguel Alvarez und ChatGPT

2025-12-10

Table of contents

1	Parametrische Modelle	3
1.1	Lineare Modelle (LM)	3
1.1.1	OLS (Ordinary Least Squares)	4
1.1.2	Regularisierte LM	4
1.1.2.1	Ridge	4
1.1.2.2	Lasso	4
1.1.2.3	Elastic Net	4
1.1.3	Robuste Regression	4
1.1.4	Dimensionenreduktion + Regression	4
1.1.4.1	PCR (Principal Component Regression)	4
1.1.4.2	PLS (Partial Least Squares)	4
1.2	Generalisierte Lineare Modelle (GLMs)	5
1.2.1	Logistische Regression	5
1.2.2	Poisson-Regression	5
1.2.3	Gamma-Regression	5
1.2.4	Negative-Binomial-Regression	5
1.2.5	Multinomiale Regression	5
1.2.6	Probit-Regression	5
1.3	Gemischte Modelle (Mixed Models)	5
1.3.1	LMM (Linear Mixed Models)	5
1.3.2	GLMM (Generalized Linear Mixed Models)	5
1.4	Spezielle parametrische Modelle	5
1.4.1	Nichtlineare Regression	5
1.4.2	Growth Curve Models (Gompertz, logistisches Wachstum)	6
1.4.3	Parametrische Survival-Modelle (Weibull, Exponential)	6
1.4.4	Cox-Modell (semiparametrisch)	6

1.4.5	Dynamische Modelle / ODE-basierte Modelle	6
1.4.5.1	Logistic Growth ODE	6
1.4.5.2	Gompertz Model	6
1.4.5.3	Lotka–Volterra Modelle	6
1.4.5.4	Pharmakokinetische Modelle (PK/PD)	6
1.4.5.5	SIR/SEIR epidemiologische Modelle	6
1.4.5.6	Biochemische Reaktionsnetzwerke (Mass-Action ODEs)	6
1.4.6	Bézier-Kurven (als polynomial-basierte parametrische Modelle)	6
2	Semiparametrische Modelle	7
2.1	Spline-Regression	7
2.1.1	Natural Splines	7
2.1.2	B-Splines	7
2.1.3	Penalized Splines (P-Splines)	7
2.2	Generalized Additive Models (GAMs)	7
2.3	Semiparametrische Quantile-Modelle	7
2.3.1	Additive Quantile Models	7
2.3.2	Spline-basierte Quantile Regression	7
3	Nichtparametrische Modelle	7
3.1	Lokale Regressionen	7
3.1.1	LOESS / LOWESS	7
3.1.2	Lokale Polynomial Regression	8
3.2	Kernel-Methoden	8
3.2.1	Kernel Smoothing	8
3.3	kNN-Regression	8
3.4	Gaussian Process Regression (GPR)	8
3.5	Baumbasierte Modelle und Ensembles	8
3.5.1	Entscheidungsbäume	8
3.5.2	Random Forest Regression	8
3.5.3	Gradient Boosting (XGBoost, LightGBM, CatBoost)	8
3.5.4	Extra Trees	8
4	Quantile-Modelle (eigene Familie)	8
4.1	Lineare Quantile Regression	9
4.2	Quantile Random Forests	9
4.3	Gradient Boosted Quantile Regression	9
5	Zeitreihen-Regression	9
5.1	Lineare Zeitreihenmodelle	9
5.1.1	ARIMA / SARIMA	9
5.1.2	Regressionsmodelle mit ARIMA-Fehlern	9
5.1.3	VAR / VECM (multivariate Zeitreihen)	9

5.2	State-Space-Modelle	9
5.2.1	Kalman-Filter	10
5.2.2	DSST models	10
5.2.3	Local level/trend models	10
5.3	Strukturelle Zeitreihenmodelle	10
5.3.1	Prophet (FB/Meta)	10
5.3.2	Trend/Seasonal decomposition mit Regression	10
6	Räumliche Regression	10
6.1	Spatial Autoregressive Model (SAR)	10
6.2	Spatial Error Model (SEM)	10
6.3	Spatial Durbin Model (SDM)	10
6.4	SLX Model (Spatial Lag of X)	10
6.5	Geostatistische Modelle (kontinuierter Raum)	11
6.5.1	Kriging / Universal Kriging	11
6.5.2	Variogramm-basierte Modelle	11
6.6	Spatial GAMLSS/GAMs	11
6.7	Spatio-temporal models	11
6.7.1	ST-GP (spatio-temporal Gaussian Process)	11
6.7.2	ST-Kriging	11
6.7.3	Space-time autoregressive models (STARIMA)	11
7	Deep-Learning-basierte Regression	11
7.1	Feedforward Neural Networks (MLP Regression)	11
7.2	CNN-basierte Regression	11
7.3	LSTM / GRU / RNN Regression	11
7.4	Transformer-basierte Regression	11

1 Parametrische Modelle

Modelle, die eine feste funktionale Form $f(x; \theta)$ annehmen, wobei nur eine endliche Zahl an Parametern geschätzt wird.

1.1 Lineare Modelle (LM)

Modelle der Form

$$y = X\beta + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I)$$

Laut [Wikipedia](#)

$$\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Multiple lineare Regression

$$\hat{y}_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \dots + \beta_n x_{ni} + \varepsilon_i$$

1.1.1 OLS (Ordinary Least Squares)

Minimiert $\|y - X\beta\|^2$

1.1.2 Regularisierte LM

1.1.2.1 Ridge

Minimiert $\|y - X\beta\|^2 + \lambda \|\beta\|_2^2$

1.1.2.2 Lasso

Minimiert $\|y - X\beta\|^2 + \lambda \|\beta\|_1$

1.1.2.3 Elastic Net

1.1.3 Robuste Regression

(Huber, RANSAC)

1.1.4 Dimensionenreduktion + Regression

1.1.4.1 PCR (Principal Component Regression)

PCA $\rightarrow$ Projektion $\rightarrow$ OLS im PC-Raum

1.1.4.2 PLS (Partial Least Squares)

Supervised Alternative zur PCR.

1.2 Generalisierte Lineare Modelle (GLMs)

Modelle mit

$$g(\mu) = X\beta, \quad y \sim \text{Exponentialfamilie}$$

1.2.1 Logistische Regression

1.2.2 Poisson-Regression

1.2.3 Gamma-Regression

1.2.4 Negative-Binomial-Regression

1.2.5 Multinomiale Regression

1.2.6 Probit-Regression

1.3 Gemischte Modelle (Mixed Models)

Modelle mit festen und zufälligen Effekten:

$$y = X\beta + Zb + \varepsilon, \quad b \sim \mathcal{N}(0, G)$$

1.3.1 LMM (Linear Mixed Models)

1.3.2 GLMM (Generalized Linear Mixed Models)

Erweiterung der GLMs um Random Effects

1.4 Spezielle parametrische Modelle

1.4.1 Nichtlineare Regression

$$y = f(x, \theta) + \varepsilon$$

(z. B. exponentielle und log-Modelle)

1.4.2 Growth Curve Models (Gompertz, logistisches Wachstum)

1.4.3 Parametrische Survival-Modelle (Weibull, Exponential)

1.4.4 Cox-Modell (semiparametrisch)

1.4.5 Dynamische Modelle / ODE-basierte Modelle

Diese Modelle definieren einen Mechanismus, nicht nur eine Kurvenform.

1.4.5.1 Logistic Growth ODE

$$\frac{dN}{dt} = rN \left(1 - \frac{N}{K}\right)$$

1.4.5.2 Gompertz Model

1.4.5.3 Lotka–Volterra Modelle

1.4.5.4 Pharmakokinetische Modelle (PK/PD)

1-Kompartiment-, 2-Kompartimentmodelle

1.4.5.5 SIR/SEIR epidemiologische Modelle

1.4.5.6 Biochemische Reaktionsnetzwerke (Mass-Action ODEs)

1.4.6 Bézier-Kurven (als polynomial-basierte parametrische Modelle)

Eine Bézier-Kurve vom Grad n ist:

$$\mathbf{B}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{P}_i b_{i,n}(t)$$

mit den Bernstein-Polynomen

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}, \quad t \in [0, 1]$$

Die Kontrollpunkte P_i sind die zu schätzenden Parameter.

2 Semiparametrische Modelle

Modelle mit parametrischem und nicht-parametrischem Anteil.

2.1 Spline-Regression

$$y = \beta_0 + \sum_j \beta_j B_j(x) + \varepsilon$$

Regression Splines

2.1.1 Natural Splines

2.1.2 B-Splines

2.1.3 Penalized Splines (P-Splines)

2.2 Generalized Additive Models (GAMs)

$$g(\mu) = \beta_0 + \sum_{j=1}^p f_j(x_j)$$

mit glatten $f_j(\cdot)$ (z. B. Splines).

2.3 Semiparametrische Quantile-Modelle

2.3.1 Additive Quantile Models

2.3.2 Spline-basierte Quantile Regression

3 Nichtparametrische Modelle

Modelle ohne feste funktionale Form; Komplexität wächst mit der Datenmenge.

3.1 Lokale Regressionen

3.1.1 LOESS / LOWESS

Lokal gewichtete polynomiale Regression

3.1.2 Lokale Polynomial Regression

3.2 Kernel-Methoden

$$\hat{y}(x) = \frac{\sum_i K_h(x - x_i) y_i}{\sum_i K_h(x - x_i)}$$

Nadaraya–Watson Regression

3.2.1 Kernel Smoothing

3.3 kNN-Regression

$$\hat{y}(x) = \frac{1}{k} \sum_{i \in N_k(x)} y_i$$

3.4 Gaussian Process Regression (GPR)

$$f(x) \sim \mathcal{GP}(m(x), k(x, x'))$$

Bayessche nichtparametrische Regression.

3.5 Baumbasierte Modelle und Ensembles

3.5.1 Entscheidungsbäume

3.5.2 Random Forest Regression

3.5.3 Gradient Boosting (XGBoost, LightGBM, CatBoost)

3.5.4 Extra Trees

4 Quantile-Modelle (eigene Familie)

Modellieren bedingte Quantile statt des Erwartungswerts.

4.1 Lineare Quantile Regression

$$\min_{\beta} \sum_i \rho_{\tau}(y_i - x_i^{\top} \beta)$$

Nichtlineare Quantile Regression

4.2 Quantile Random Forests

4.3 Gradient Boosted Quantile Regression

5 Zeitreihen-Regression

Modelle, die zeitliche Autokorrelation berücksichtigen.

5.1 Lineare Zeitreihenmodelle

5.1.1 ARIMA / SARIMA

5.1.2 Regressionsmodelle mit ARIMA-Fehlern

5.1.3 VAR / VECM (multivariate Zeitreihen)

5.2 State-Space-Modelle

$$x_{t+1} = Ax_t + w_t, \quad y_t = Cx_t + v_t$$

5.2.1 Kalman-Filter

5.2.2 DSST models

5.2.3 Local level/trend models

5.3 Strukturelle Zeitreihenmodelle

5.3.1 Prophet (FB/Meta)

5.3.2 Trend/Seasonal decomposition mit Regression

6 Räumliche Regression

Die “klassischen” Modelle (in Spatial Econometrics & Geostatistics):

6.1 Spatial Autoregressive Model (SAR)

$$y = \rho W y + X\beta + \varepsilon$$

Autoregression im Outcome.

6.2 Spatial Error Model (SEM)

$$y = X\beta + u, \quad u = \lambda W u + \eta$$

Autokorrelation in den Fehlern.

6.3 Spatial Durbin Model (SDM)

$$y = \rho W y + X\beta + W X \theta + \varepsilon$$

Autoregression in y und räumliche Lags der Kovariaten.

Sehr weit verbreitet.

6.4 SLX Model (Spatial Lag of X)

$$y = X\beta + W X \theta + \varepsilon$$

Keine Autoregression in y ; nur “spatial spillover” der Kovariaten.

6.5 Geostatistische Modelle (kontinuierter Raum)

Diese Modelle entsprechen mathematisch einem **Gaussian Process mit räumlichem Kernel**. ### Gaussian Random Fields (GRF)

6.5.1 Kriging / Universal Kriging

6.5.2 Variogramm-basierte Modelle

6.6 Spatial GAMLSS/GAMs

Räumliche Additive Modelle mit:

- Splines über Koordinaten
- Thin-Plate Splines
- Tensor-Product Splines

6.7 Spatio-temporal models

Kombination aus Zeit + Raum:

6.7.1 ST-GP (spatio-temporal Gaussian Process)

6.7.2 ST-Kriging

6.7.3 Space-time autoregressive models (STARIMA)

7 Deep-Learning-basierte Regression

Modellklassen mit hochdimensionaler nichtlinearer Funktionsapproximation.

7.1 Feedforward Neural Networks (MLP Regression)

7.2 CNN-basierte Regression

7.3 LSTM / GRU / RNN Regression

7.4 Transformer-basierte Regression